

E. Duchêne, V. Gledel, A. Parreau, G. Renault, S. Schmidt : Maker-Breaker Domination Game

Eric Duchêne, LIRIS, Lyon, eric.duchene@univ-lyon1.fr

[Valentin Gledel](mailto:valentin.gledel@univ-lyon1.fr), LIRIS, Lyon, valentin.gledel@univ-lyon1.fr

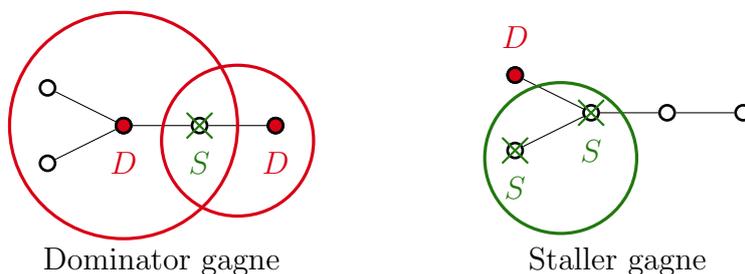
Aline Parreau, LIRIS, Lyon, aline.parreau@univ-lyon1.fr

Gabriel Renault, Université de Mons, Mons, gabriel.renault@ens-lyon.org

Simon Schmidt, Institut Fourier, Grenoble, simon.schmidt@ujf-grenoble.fr

Depuis une dizaine d'années, le problème de domination dans les graphes a été fortement étudié dans ses variantes ludiques (voir par exemple [1, 2]). Dans ces jeux, deux joueurs construisent ensemble un dominant d'un graphe, avec des objectifs antagonistes quant à la taille du dominant final. La variante que nous introduisons ici peut sembler plus naturelle pour un jeu maker-breaker dans le sens où un joueur cherche à dominer le graphe tandis que l'autre souhaite l'en empêcher.

Le *Maker-Breaker Domination Game* est joué sur un graphe G et oppose deux joueurs : Dominator et Staller. Chacun leur tour, ils sélectionnent un des sommets du graphe qui ne pourra pas être sélectionné par l'autre joueur par la suite. Dominator gagne si les sommets qu'il a sélectionnés dominent le graphe tandis que Staller gagne si Dominator échoue à dominer le graphe, c'est à dire si l'un des sommets de G et tous ses voisins ont été sélectionnés par Staller. Ce jeu peut aussi être vu comme une instance particulière du jeu POS-CNF introduit par Schaefer [3]. La figure ci-dessous illustre une position gagnante pour chacun des joueurs :



Dominator gagne

Staller gagne

Comme dans tout jeu fini à deux joueurs, à information complète et sans parties nulles, pour une situation donnée, l'un des deux joueurs possède une stratégie gagnante. Nous étudions le problème de décision consistant à savoir lequel des joueurs a une stratégie gagnante.

Nous prouvons que ce problème est PSPACE-complet dans les graphes bipartis et les graphes triangulés mais polynomial dans les forêts et les cographes.

Références

- [1] Noga Alon, József Balogh, Béla Bollobás and Tamás Szabó. Game domination number, *Discrete mathematics*, 2002
- [2] Boštjan Brešar, Sandi Klavžar and Douglas F Rall. Domination game and an imagination strategy, *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, 2010
- [3] Thomas J Schaefer. On the complexity of some two-person perfect-information games, *Journal of Computer and System Sciences*, 1978